Lösungsprinzip inhomogener, linearer Differenzialgleichungen (DGL) und Differenzengleichungen mit konstanten Koeffizienten

Dr. Ute Feldmann, Fak. ETIT., IFN/TNT

Differenzengleichungen können als Abtastung der DGL zu *ganzen* Zeitpunkten aufgefasst werden → entsprechende Analogie der Lösung.

z.B.	DGL $b_0 y(t) + b_1 \dot{y}(t) + \ldots = x(t)$	Differenzengleichung $b_0 y(k) + b_1 y(k+1) + \ldots = x(k)$
homogene Lösung: • Ansatz: • Ansatz in homogene Glg. ($x(.) \equiv 0$) einsetzen • y_h für *einfache* λ_i:	$y(t) = e^{\lambda t}$ $\rightarrow \lambda_i$ $y_h(t) = c_1 e^{\lambda_1 t} + c_2 e^{\lambda_2 t} + \ldots$	$y(k) = \lambda^k$ $\rightarrow \lambda_i (= e^{\lambda_{iDGL}})$ $y_h(k) = c_1 \lambda_1^k + c_2 \lambda_2^k + \ldots$
partikuläre Lösung für *Störfunktionen (Eingangssignale) der Form:* • Ansatz: für $\lambda_p \neq \lambda_i$: für $\lambda_p = \lambda_i$, λ_i- einfaches *homogenes* λ: • Ansatz in inhomogene Glg. einsetzen	$x(t) = x_0 e^{\lambda_p t}$ z.B. $\lambda_p = 0$, falls x konstant $y_p(t) = A e^{\lambda_p t}$ $y_p(t) = A t e^{\lambda_p t}$ $\rightarrow A$	$x(k) = x_0 \lambda_p^k$ z.B. $\lambda_p = 1$, falls x konstant $y_p(k) = A \lambda_p^k$ $y_p(k) = A k \lambda_p^k$ $\rightarrow A$
$y = y_h + y_p$ • Anfangs-/Randbedingungen einsetzten z.B. $y(0) = y_0$	$y(t) = y_h(t) + y_p(t)$ $\rightarrow c_i$	$y(k) = y_h(k) + y_p(k)$ $\rightarrow c_i$